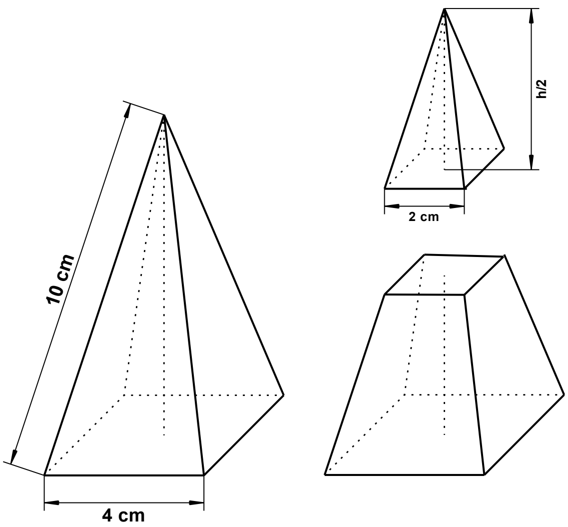
Übungsaufgaben zur Körperrechnung

Aufgabe 1



a) Die nebenstehende vierseitige Pyramide hat die angegebenen Maße. Berechne daraus die Mantelfläche und das Volumen der Pyramide.

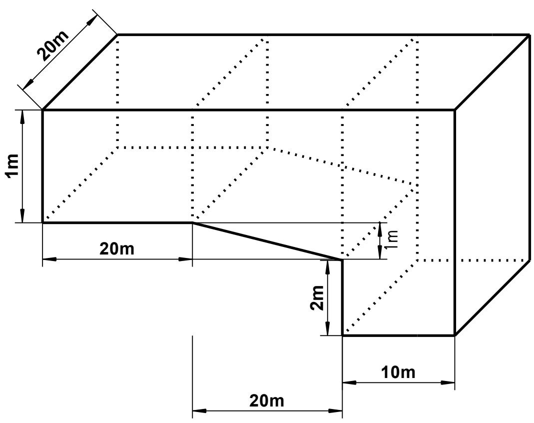
b) Die Pyramide wird in der halben Höhe abgetrennt.(siehe Zeichnung mit den Maßen!) Welcher prozentuale Anteil des Gesamtvolumens bleibt als Pyramidenstumpf erhalten?

Aufgabe 2

Das (nicht maßstabsgetreu) abgebildete Schwimmbecken wird vollständig bis zur Oberkante mit Wasser gefüllt.

a) Wie lange dauert der Füllvorgang, wenn in jeder Sekunde 50 **l** Wasser einlaufen?

b) Nach welcher Zeit steht das Wasser im Schwimmbecken bereits 2,5 m hoch?



Aufgabe 3:

Ein Zylinder wird einem Würfel der Seitenlänge 20cm einbeschrieben.
Berechne die Rauminhalte der beiden Körper und bestimme wie viel Prozent des Würfelinhaltes der Zylinderinhalt beträgt.

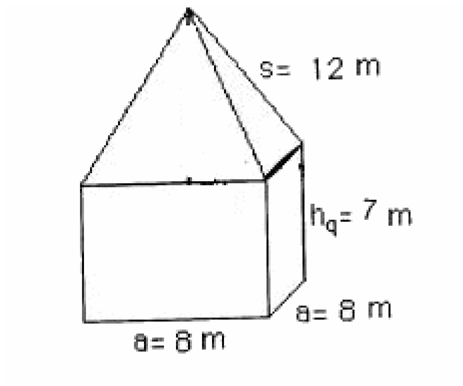
Aufgabe 4:

Eine regelmäßige 6seitige Pyramide mit der Grundkante a = 3 m und der Seitenkante s = 8 m sei gegeben. Berechne die Höhe einer Seitenfläche sowie die Oberfläche der Pyramide.

Aufgabe 5:

Von einem Kegel weiß man, dass der Flächeninhalt seines Mantels 4mal so groß ist wie der des Grundkreises. Berechne die Weite des Mittelpunktwinkels des abgerollten Mantels.

Aufgabe 6:



Ein Körper besteht aus einem Holzquader mit einer aufgesetzten Eisenpyramide.
a) Berechne die Höhe der Pyramide.
b) Berechne das Volumen und die Oberfläche des Körpers.
c) Welche Masse hat der Körper ? ($\rho_{Holz} = 0{,}5 \frac{g}{cm^3}$ und $\rho_{Eisen} = 7{,}6 \frac{g}{cm^3}$)

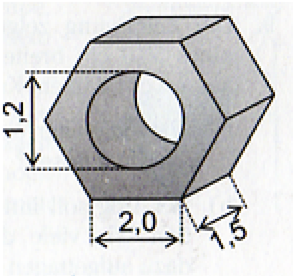
Aufgabe 7:
Von einem regelmäßigen sechsseitigen Prisma mit der Grundkante a = 4 cm kennt man das Volumen V = 648 cm³.
a) Bestimme die Länge der Höhe h und den Inhalt der Mantelfläche des Prismas.
b) Welche Kantenlänge hat ein Würfel mit gleichem Volumen ?

Aufgabe 8:
Ein Messbecher hat die Form eines Kegels mit der Höhe h = 12 cm.
a) Wie groß muss der Radius an der Oberkante des Bechers sein, damit genau 0,5 dm³ hineinpassen ?
b) Es soll eine Markierung für 200 cm³ angebracht werden. Wie weit liegt diese Markierung unterhalb der Oberkante (auf der "Seitenkante") ?

Aufgabe 9:
Ein quadratisches Blatt mit der Kantenlänge a wird einmal um eine Seite und ein zweites Mal um eine Diagonale gedreht. Es entstehen zwei verschiedene Körper.
Berechne die Rauminhalte der beiden Körper in Abhängigkeit von a.

Aufgabe 10:
Bestimme die Masse m eines Kupferrohres, das die Länge 1 m, den Außendurchmesser 4cm und die Wandstärke 3 mm hat. Die Dichte von Kupfer ist $\rho_{Kupfer} = 8{,}9 \frac{g}{cm^3}$.

Aufgabe 11:



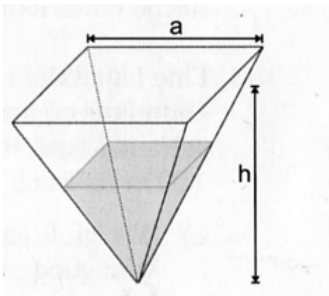
(Maße in cm)

a) Berechne das Volumen und die Oberfläche des dargestellten Körpers.

b) Wie viel wiegt der Körper, wenn er aus Stahl mit einer Dichte von $\rho_{Stahl} = 7{,}9 \frac{g}{cm^3}$ besteht ?

Aufgabe 12:
Eine Öllampe hat die Form einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Innenmaße der Pyramide sind: Höhe h = 10 cm und Grundkante a = 6 cm.

a) Wie viele ml Öl kann man maximal in die Lampe einfüllen ?
b) Wie viel Öl befindet sich in der Lampe, wenn das Öl im Innern bis 1 cm über dem Boden steht ?
c) Zum Nachfüllen von Öl muss man die Lampe so umdrehen, dass die Spitze nach unten weist (siehe Abbildung). Wie hoch steht nun das Öl in der Lampe, wenn man die Füllmenge von b) annimmt ?



Aufgabe 13:
Um wie viel Prozent nehmen Volumen und Mantelfläche eines geraden Zylinders zu, wenn man den Radius des Zylinders um 10% vergrößert und die Höhe unverändert lässt ?

Aufgabe 14:
Eine zylindrische Kaffeedose hat einen Radius von 9,4 cm und eine Innenhöhe von 12 cm. Sie ist zu 90% mit Kaffee gefüllt. Der Dose liegt ein Dosierlöffel mit der Form einer Halbkugel bei. Man kann mit dem in der Dose enthaltenen Kaffee 106 Dosierlöffel gestrichen füllen.

a) Wie viel Kaffee befindet sich in der Dose ?
b) Berechne den Innenradius des Dosierlöffels.

Aufgabe 15:
Ein Reagenzglas hat die Form einer Halbhohlkugel mit Innenradius 1,2 cm und eines aufgesetzten Hohlzylinders mit gleichem Radius und Höhe 14 cm. Das Glas hat eine Dicke von 2 mm.

a) Wie viele ml kann man maximal in das Reagenzglas füllen ?
b) Das Reagenzglas soll mit einer Messskala versehen werden. Wie weit unter dem oberen Rand des Reagenzglases muss man die Markierungslinie für 40 ml anbringen ?
c) Die verwendete Glassorte besitzt eine Dichte von 2,32 g/cm³. Berechne die Masse des Reagenzglases.

Aufgabe 16:
Ein zylinderförmiges Gefäß mit einer Durchmesser von 9 cm und einer Höhe von 10 cm ist bis zur Hälfte mit einer Flüssigkeit gefüllt. Man lässt darin eine Kugel mit einem Durchmesser von 3,6 cm vollständig untertauchen. Um wie viele cm steigt der Flüssigkeitsspiegel im Zylinder daraufhin an ?

Aufgabe 17:
Ein Tetraeder ist eine dreiseitige Pyramide, bei der alle Seitenkanten gleich groß sind (die Seitenflächen sind alle gleichseitig). Ermittle Volumen und Oberfläche eines Tetraeders mit der Seitenlänge a.

Musterlösungen zur Körperrechnung

Aufgabe 1:

a) Mantelfläche = $4 \cdot A_{Dreieck} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_1$ und Volumen = $\frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Berechnung von h_1: $s^2 = h_1^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \Rightarrow h_1 = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 9{,}8\,\text{cm}$

Mantelfläche = $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9{,}8 = 78{,}4$ cm²

Berechnung von h: $h_1^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{9{,}8^2 - 2^2} = \sqrt{92} = 9{,}6\,\text{cm}$

Volumen = $\frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 9{,}6 = 51{,}2$ cm³

b) Volumen der kleinen Pyramide: $V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \frac{9{,}6}{2} = 6{,}4$ cm³.

Volumen des Stumpfes: $V = 51{,}2 - 6{,}4 = 44{,}8$ cm³

Prozentualer Anteil des Stumpfes = $\frac{44{,}8}{51{,}2} = 0{,}875 = 87{,}5\%$

Aufgabe 2:

a) Der gesamte Körper kann als Prisma betrachtet werden. Die Grundfläche (der Boden) des Prismas entspricht der Vorderseite, der "Deckel" der Rückseite des Prismas. Die Höhe des Prismas ist der Abstand zwischen Grundfläche und Deckel, also hier h = 20 m.

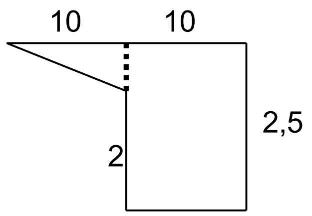
Berechnung der Grundfläche G:

$G = A_{Rechteck1} + A_{Trapez} + A_{Rechteck2} = 20 \cdot 1 + \frac{1}{2}(1+2) \cdot 20 + 10 \cdot 4 = 90$ m²

Volumen des Prismas: $V = G \cdot h = 90 \cdot 20 = 1800$ m³ = 1.800.000 dm³ = 1.800.000 Liter

Zeit zur Befüllung: $\frac{1800000}{50} = 36000\text{s} = 10$ Stunden.

b) Wenn das Wasser im Becken 2,5 m hoch steht, ergibt sich als "Wasserkörper" wieder ein Prisma mit folgender Grundfläche (von vorne betrachtet).



Die Vorderfläche besteht aus einem Rechteck und einem rechtwinkligen Dreieck.

Gesamtfläche = $10 \cdot 2{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 10 = 27{,}5$ m²

Daraus ergibt sich das Volumen $V = 52{,}5 \cdot 20 = 550$ m³ = 550.000 Liter

Zeit zur Befüllung: $\frac{550000}{50} = 11000\text{s} = 3{,}06$ Stunden

Aufgabe 3:

Berechnung des Würfelvolumens: $V_{Würfel} = a^3 = 20^3 = 8000$ cm³.

Der einbeschriebene Zylinder besitzt die Höhe h = 20 cm und den Radius r = 10 cm.

Berechnung des Zylindervolumens: $V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2000\pi = 6283{,}2\,\text{cm}^3$

Der Zylinderinhalt entspricht $\frac{6283{,}2}{8000} = 0{,}785 = 78{,}5\%$ des Würfelvolumens.

Aufgabe 4:

Die Grundfläche der Pyramide besteht aus einem regelmäßigen Sechseck.
Das Sechseck besteht aus sechs <u>gleichseitigen</u> Dreiecken mit der Seitenlänge a = 3 m.

Berechnung der Höhe h_s einer Seitenfläche: $h_s{}^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow h_s = \sqrt{8^2 - 1{,}5^2} = 7{,}9\,\text{m}$

Oberfläche der Pyramide = $G + M$

$M = 6 \cdot A_{Dreieck} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = 3 \cdot 3 \cdot 7{,}9 = 71{,}1\,\text{m}^2$

$G = 6 \cdot A_{gleichs.Dreieck} = 6 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot \frac{9}{4} \cdot \sqrt{3} = 23{,}4\,\text{m}^2$ (Formelsammlung)

$O = 71{,}1 + 23{,}4 = 94{,}5\,\text{m}^2$

Aufgabe 5

Mantelfläche des Kegels: $M = \pi \cdot r \cdot s$

Fläche des Grundkreises: $A = \pi \cdot r^2$

Es gilt: $M = 4 \cdot A \Rightarrow \pi \cdot r \cdot s = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{4} s \Rightarrow s_{Kegel} = 4 \cdot r_{Kegel}$

Damit gilt für die Mantelfläche: $M = \pi \cdot r \cdot 4r = 4\pi \cdot r^2{}_{Kegel}$

Die Mantelfläche entspricht der Fläche des Kreisausschnittes, die den abgerollten Mantel darstellt. Außerdem gilt $s_{Kegel} = r_{Kreisausschnitt}$.

$$A_{Kreisausschnitt} = \pi \cdot r^2{}_{Kreisausschnitt} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow 4\pi \cdot r^2{}_{Kegel} = \pi \cdot (4r_{Kegel})^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Aufgabe 6:

a) Für die Höhe h der Pyramide gilt: $h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = s^2$

Die Länge von d (Diagonale der quadratischen Grundfläche der Pyramide) lässt sich berechnen durch $d = a \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot \sqrt{2} = 11{,}31\,\text{m}$ (Formelsammlung oder Herleitung über Pythagoras).

Damit gilt: $h = \sqrt{12^2 - \left(\frac{11{,}31}{2}\right)^2} = 10{,}6\,\text{m}$.

b) $V_{gesamt} = V_{Quader} + V_{Pyramide} = a \cdot a \cdot h_q + \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = 8 \cdot 8 \cdot 7 + \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 10{,}6$

= 448 + 226,1 = 674,1 m³

Berechnung der Seitenflächenhöhe der Pyramide: $h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{144 - 4^2} = 11{,}31\,m$

$O_{gesamt} = 8 \cdot 8 + 8 \cdot 7 \cdot 4 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = 64 + 224 + 2 \cdot 8 \cdot 11{,}31 = 468{,}96$ m²

b) Masse des Holzquaders:

$m_{Quader} = \rho_{Holz} \cdot V_{Quader} = 0{,}5 \frac{g}{cm^3} \cdot 448m^3 = 0{,}5 \frac{g}{cm^3} \cdot 448.000.000cm^3 = 224$ Tonnen

Masser der Pyramide:

$m_{Pyramide} = \rho_{Eisen} \cdot V_{Pyramide} = 7{,}6 \frac{g}{cm^3} \cdot 226{,}1m^3 = 7{,}6 \frac{g}{cm^3} \cdot 226.100.000cm^3 = 1718$ Tonnen

Masse des Körpers = 224 + 1718 = 1942 Tonnen

Aufgabe 7:

a) Prismavolumen: $V = G \cdot h$ mit $G = A_{Sechseck} = 6 \cdot A_{gleichs.Dreieck} = 6 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = 41{,}6$ cm²

$\Rightarrow 648 = 41{,}6 \cdot h \Rightarrow h = 15{,}6$ cm

Mantelfläche $M = 6 \cdot A_{Rechteck} = 6 \cdot a \cdot h = 374{,}4$ cm²

b) Würfelvolumen $V = a^3 \Rightarrow 648 = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{648} = 8{,}7$ cm Kantenlänge

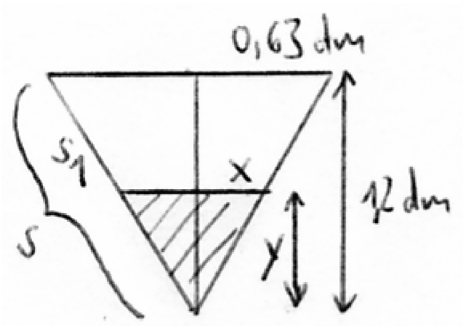
Aufgabe 8:

a) $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow 0{,}5 = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot 1{,}2$ (die Höhe h muss in dm umgerechnet werden !)

$\Rightarrow r = 0{,}63$ dm

b) Die Seitenkante des Kegels hat die Länge $s = \sqrt{0{,}63^2 + 1{,}2^2} = 1{,}36$ dm

Volumen des kleinen Kegels: 200 cm³ = 0,2 dm³.



$0{,}2 = \frac{1}{3}\pi \cdot x^2 \cdot y$ (*)

Da in dieser Formel 2 Variable x und y vorkommen, wird noch eine zweite Formel (2.Strahlensatz) benötigt:

$\frac{0{,}63}{1{,}2} = \frac{x}{y} \Rightarrow x = 0{,}525y$ einsetzen in (*)

$\Rightarrow 0{,}2 = \frac{1}{3}\pi \cdot (0{,}525y)^2 \cdot y \Rightarrow \frac{0{,}6}{\pi} = 0{,}2756y^3 \Rightarrow y = 0{,}89$ dm und damit $x = 0{,}46$ dm

Seitenkante des kleinen Kegels: $s_{klein} = \sqrt{0{,}46^2 + 0{,}89^2} = 1$ dm.

Daraus folgt $s_1 = s - s_{klein} = 1{,}36 - 1 = 0{,}36$ dm.

Die Markierung muss 0,36 dm unterhalb der Oberkante angebracht werden.

Aufgabe 9:

Wird das Blatt um eine Seite gedreht, entsteht ein Zylinder mit h = a und r = a.

$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot a^3$

Wird das Blatt um eine Diagonale gedreht (Länge der Diagonale $d = a \cdot \sqrt{2}$) entsteht ein Doppelkegel mit $r = h = \frac{d}{2} = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

$V_{Doppelkegel} = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi \cdot a^3 \cdot \sqrt{2}$

Aufgabe 10:

Das Kupferrohr hat die Form eines Hohlzylinders mit dem Außenradius $r_a = 2\text{cm}$ und dem Innenradius $r_i = 1{,}7\text{cm}$.

$V_{Hohlzylinder} = \pi \cdot 2^2 \cdot 100 - \pi \cdot 1{,}7^2 \cdot 100 = 348{,}7$ cm³

Die Masse beträgt $m = 8{,}9 \cdot 348{,}7 = 3103$ Gramm

Aufgabe 11:

a) Volumen des Körpers = $V_{Prisma} - V_{Zylinder}$

$V_{Prisma} = G \cdot h = A_{Sechseck} \cdot 1{,}5 = 6 \cdot \frac{2^2}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot 1{,}5 = 15{,}6$ cm³

$V_{Zylinder} = \pi \cdot 0{,}6^2 \cdot 1{,}5 = 1{,}7$ cm³

Gesamtvolumen = 15,6 – 1,7 = 13,9 cm³

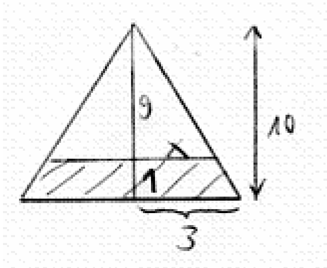
Oberfläche des Körpers = $6 \cdot A_{Rechteck} + 2 \cdot (A_{Sechseck} - A_{Kreis}) + M_{Zylinder}$

$= 6 \cdot 2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot (6 \cdot \frac{2^2}{4} \cdot \sqrt{3} - \pi \cdot 0{,}6^2) + 2 \cdot \pi \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}5 = 42{,}2$ cm²

b) Masse des Körpers = $13{,}9 \cdot 7{,}9 = 109{,}8$ Gramm

Aufgabe 12:

a) $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 10 = 120$ cm³ = 120 ml b)



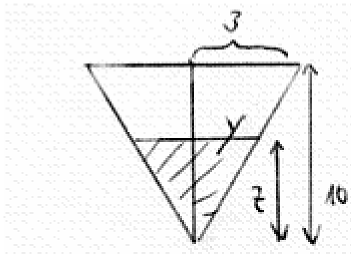
Volumen der oberen Pyramide: $V = \frac{1}{3}(2x)^2 \cdot 9$

Die Länge von x erhält man über den 2. Strahlensatz: $\frac{3}{10} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 2{,}7$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 5{,}4^2 \cdot 9 = 87{,}48\,\text{cm}^3$

Damit ergibt sich, dass sich in der Lampe 120 – 87,48 = 32,52 cm³ = 32,52 ml Öl befindet.

c)



Da das Volumen der kleinen Pyramide aus b) bekannt ist, gilt: $32{,}52 = \frac{1}{3} \cdot (2y)^2 \cdot z$ (*)

Da in der Formel zwei Variable auftreten, wird eine weitere Formel (2.Strahlensatz) benötigt: $\frac{3}{10} = \frac{y}{z} \Rightarrow y = 0{,}3z$ einsetzen in (*)

$\Rightarrow 32{,}52 = \frac{1}{3}(0{,}6z)^2 \cdot z \Rightarrow z^3 = 271 \Rightarrow z = 6{,}5\,\text{cm}$

Das Öl steht in der Lampe 6,5 cm hoch.

Aufgabe 13:

$V_{alt} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_{neu} = \pi \cdot (1{,}1 \cdot r)^2 \cdot h = 1{,}21 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = 1{,}21 \cdot V_{alt}$

Das Volumen steigt um 21% an.

$M_{alt} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$M_{neu} = 2 \cdot \pi \cdot (1{,}1 \cdot r) \cdot h = 1{,}1 \cdot M_{alt}$

Die Mantelfläche steigt um 10% an.

Aufgabe 14:

a) $V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 9{,}4^2 \cdot 12 = 3331{,}1\,cm^3$

90% des Volumens entspricht $0{,}9 \cdot 3331{,}1 = 2998$ cm³ Kaffee.

b) Der Dosierlöffel hat ein Volumen von $\frac{2998}{106} = 28{,}3\,cm^3$.

Gesucht ist nun der Radius einer Halbkugel mit dem Volumen 28,3 cm³.

$V_{Halbkugel} = \frac{2}{3}\pi \cdot r^3 \Rightarrow 28{,}3 = \frac{2}{3}\pi \cdot r^3 \Rightarrow r = 2{,}38\,cm$

Aufgabe 15:

a) $V_{innen} = V_{Halbkugel} + V_{Zylinder} = \frac{2}{3}\pi \cdot 1{,}2^3 + \pi \cdot 1{,}2^2 \cdot 14 = 67$ cm³ = 67 ml

b) Wenn in dem Reagenzglas 40 ml enthalten sind, fehlen im oberen Teil noch 27 ml. Dieser fehlende Teil entspricht dem Volumen eines Zylinders mit unbekannter Höhe h.

$27 = \pi \cdot 1{,}2^2 \cdot h \Rightarrow h = 6\,cm$

Die Markierungslinie muss 6 cm unterhalb des oberen Randes angebracht werden.

c) Für die Berechnung des Außenvolumens des Körpers ist die Dicke des Glases zu beachten.

$V_{außen} = V_{Halbkugel} + V_{Zylinder} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}4^3 + \pi \cdot 1{,}4^2 \cdot 14 = 91{,}95\,cm^3$.

Nun gilt: $V_{Glas} = V_{außen} - V_{innen} = 91{,}95 - 67 = 24{,}95\,cm^3$.

Die Masse beträgt $m = 2{,}32 \cdot 24{,}95 = 57{,}9$ Gramm.

Aufgabe 16:

Kugelvolumen $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1{,}8^3 = 24{,}4\,cm^3$

Wenn die Kugel untertaucht, verdrängt sie folglich Wasser mit einem Volumen von 24,4 cm³. Der angestiegene Wasserspiegel entspricht einem Zylinder mit Radius r = 4,5 cm. Gesucht ist die Höhe dieses Zylinders.

$V_Z = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow 24{,}4 = \pi \cdot 4{,}5^2 \cdot h \Rightarrow h = 0{,}38\,cm$.

Der Wasserspiegel steigt um 0,38 cm an.

Aufgabe 17:

$V_{Tetraeder} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Die Grundfläche besteht aus einem gleichseitigen Dreieck mit $G = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$ (Formelsammlung).

Die Höhenlinie einer dreiseitigen Pyramide schneidet die Grundfläche im Schwerpunkt des gleichseitigen Dreiecks. Der Schwerpunkt teilt die Höhe des Grundflächendreiecks im Verhältnis 2:1.

Die Höhe h der Pyramide wird mit Hilfe des Satzes von Pythagoras bestimmt:

$s^2 = h^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot h_{Dreieck}\right)^2$ wobei $h_{Dreieck} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$ (Formelsammlung) die Höhe des gleichseitigen Grundflächendreiecks ist.

Daraus folgt $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{1}{9}a^2 \cdot 3} = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$

$V_{Tetraeder} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{1}{12} a^3 \cdot \sqrt{2}$

Die Oberfläche des Tetraeders besteht aus 4 gleichseitigen Dreiecken:

$O_{Tetraeder} = 4 \cdot A_{Dreieck} = 4 \cdot G = 4 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = a^2 \cdot \sqrt{3}$